

Коллоквиум 3

1. Формула вероятности получения k успехов в n испытаниях Бернулли;

Вероятность того, что в n независимых испытаниях Бернулли с вероятностью успеха p будет k успехов равна: $C_n^k p^k q^{n-k}$

2. Формула вероятности того, что первый успех произойдёт в k -м испытании;

Вероятность того, что в схеме Бернулли первый успех произойдёт на k -ом испытании равна: $q^{k-1}p = (1-p)^{k-1}p$

3. Математическое ожидание дискретной случайной величины;

$$\sum_{k=1}^n a_k \mathbb{P}(\xi = a_k), \xi - \text{значение случайной величины}$$

4. Распределение Бернулли: ряд / таблица распределения;

Параметры: $p \in [0,1]$, $q=1-p$.

Значения X : 0 или 1.

X	$\mathbb{P}(X = x)$
0	q
1	p

5. Биномиальное распределение: ряд / таблица распределения;

Параметры: $n \in \mathbb{N}$, $p \in [0,1]$, $q=1-p$.

Значения X : $k=0,1,\dots,n$.

k	$\mathbb{P}(X = k)$
$0,1,2,\dots,n$	$C_n^k p^k q^{n-k}$

6. Геометрическое распределение: ряд / таблица распределения;

Параметры: $p \in [0,1]$, $q=1-p$.

Значения X : $k=1, 2$

k	$\mathbb{P}(X = k)$
$1, 2, \dots$	$q^{(k-1)}p$

7. Распределение Пуассона: ряд / таблица распределения;

Параметр: $\lambda > 0$.

Значения X : $k=0,1,2,\dots$

k	$\mathbb{P}(X = k)$
$0, 1, 2, \dots$	$\frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

8. Теорема о приближении Пуассона: формулировка;

Пусть $\lambda > 0$, $n \geq 1$ и положим $p = \frac{\lambda}{n}$. Пусть также $\xi \sim B_{n,p}$ и $\eta \sim \Pi_{\lambda}$.

Тогда для любого $A \subset \mathbb{N} \setminus \{0\}$ верно $|\mathbb{P}(\xi \in A) - \mathbb{P}(\eta \in A)| \leq np^2$.

9. Какое распределение имеет сумма конечного числа независимых Бернуллиевских случайных величин?

Биномиальное (теорема)

10. Какое распределение имеет сумма конечного числа независимых пуассоновских случайных величин?

Пусть ξ и η - независимые Пуассоновские случайные величины с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Тогда $\xi + \eta$ имеет распределение $\Pi_{\lambda_1 + \lambda_2}$.

11. Что такое схема Бернулли и как она связана со следующими распределениями: Бернулли, биномиальным, геометрическим, пуассоновским?

Схема Бернулли - бесконечная серия испытаний Бернулли

Распределения:

Бернулли - описание одного испытания схемы Бернулли

Биномиальное - описание n испытаний схемы Бернулли (успешные кол-во)

Геометрическое - первый успех

Пуассоновское - дореха много для Биномиального, поэтому берём Пуассона

12. Как задаётся совместное распределение двух дискретных случайных величин?

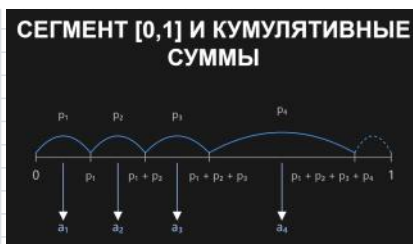
Таблица, связь между их значениями

13. Генерация дискретных распределений на основе равномерно выбранной точки на отрезке $[0; 1]$;

Разобьём отрезок $[0,1]$ на подотрезки длин p_k . Возьмём случайно выбранную точку из отрезка (в смысле геометрического определения).

Сгенерированным значением будет a_k , соответствующее отрезку, в который попала точка.

Пусть нам нужно сгенерировать дискретную случайную величину ξ со значениями $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($n \leq \infty$) и $p_k := \mathbb{P}(\xi = a_k)$



14. Разница между случайной величиной и распределением. Привести примеры обоих и показать, как они связаны друг с другом.
Величина - переменная, принимающая случайное значение
Распределение - закон, описывающий поведение этой величины