

ОБЫЧНЫЕ ВОПРОСЫ

МОДУЛЬ 1

1)

	с возр.	без возр.
корр.	n^k	A_k^n
без корр.	X	C_k^n

① n^k , т.к. мы будем пометить
элементы из n k раз, т.к.

у нас с возрастанием и порядком
важно, то есть важно как я беру
элементы

② т.к. мы не возращаем, то

начинаю $n(n-1) \dots (n-(k-1))$

приведу к формуле, т.е. разделим на
полностью на $(n-k)!$

$$\frac{n(n-1) \dots (n-(k-1)) (n-k)!}{(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

(3) так у нас без возмущения
 мы можно взять A_k^n , но
 их порядок не важен и у нас
 k объектов, то возможно $k!$ вариан-
 тов или перестановки этих объектов,
 поэтому разделим на $k!$

$$\frac{A_k^n}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_k^n$$

2) классическое определение вероятности
 предполагает конечное кол-во равновероятных
 исходов.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \quad - \quad \frac{\text{кол-во элементарных исходов в } A}{\text{кол-во всех исходов}}$$

Принцип сложения. Если элемент из A мож-
 но выбрать n способами, а элемент из B
 можно выбрать m способами, но $A \cap B = \emptyset$,
 то эл-т из $A \cup B$ можно выбрать $n+m$ способами.

Принцип умножения. Если эл-т $a \in A$ можно
 выбрать n способами, а эл-т $b \in B$ можно выбрать m
 способами, то упорядоченную пару $(a, b) \in A \times B$
 можно выбрать $n \cdot m$ способами.

$$3) P(A) = \sum_{j=1}^n P(A|H_j)P(H_j)$$

до

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$P(AB) = P(A|B)P(B)$$

мы из аксиомы 3 и предыдущей

$$P(A) = P(\bigcup_{j=1}^n A|H_j) = \sum_{j=1}^n P(A|H_j)P(H_j), \text{ по аксиоме 3}$$

4) Аксиома 1: $P(\Omega) = 1$

Аксиома 2: $P(A) \geq 0$

Аксиома 3:

$A_1, A_2, \dots, A_n$ ($n \leq \infty$) несовместны

$$P(\bigcup_{j=1}^n A_j) = \sum_{j=1}^n P(A_j)$$

до 2: $P(\emptyset) = 0$

до

$$P(\emptyset) = 1 - P(\bar{\emptyset}) = 1 - P(\Omega) = 0$$

С-то одређени

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Д-то

$$A \cup B = B \cup (A \setminus B)$$

јер B и $A \setminus B$ несекују

$$A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$$

јер $A \cap B$ и $A \setminus B$ несекују

$$P(A \cup B) = P(B) + P(A \setminus B)$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \setminus B)$$

$$\Rightarrow P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ јер}$$

С-то Монотонност

$$B \subseteq A \Rightarrow P(B) \leq P(A)$$

Д-то

$$A = B \cup (A \setminus B), \quad B \cap (A \setminus B) = \emptyset$$

$$P(A) = P(B) + P(A \setminus B) \geq P(B) \text{ јер}$$

5) Пародем для рождения
 максимальное значение теории вероятностей
 в которой вычислены тою, что пока
 бы у глуп.

n - дней рождения = 365
 k - человек

$A_k = p$ нет совпадений

$$P_{\text{разн}}(n) = \frac{|A_k|}{n^k} = \frac{A_n^k}{n^k}$$

$$P_{\text{разн}} = \frac{A_n^k}{n^k} = \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - k + 1)}{365 \cdot 365 \cdot \dots \cdot 365}$$

$$= 1 \cdot \left(1 - \frac{1}{365}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{365}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{k-1}{365}\right) = \prod_{i=0}^{k-1} \left(1 - \frac{i}{365}\right)$$

или $e^{-x} \geq 1 - x$

→ пока бы у глуп человек

$$P(k) = 1 - P_{\text{разн}}$$

$$\leq \frac{1}{2} \cdot \frac{k-1}{365}$$

вероятность

$$1 - e^{-\frac{k-1}{365 \cdot 2}}$$