

Пусть $n \in \mathbb{N}^2, 3\mathbb{N}$

ТЗ а) $\Delta_1(\lambda)$ - уб. или, наоборот

б) Если $\gamma(A|b) = \gamma$ - то $n - \gamma$ м. ноль

$$\Delta_1(\lambda) = 0$$

в) $k\gamma$ уб. или, наоборот

Пример Найти кан. ур-е с коэф-ми

$$4x^2 + y^2 + 5z^2 + 4xy - 12xz - 6yz + 2x + 6y - 6z - 5 = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \\ -6 & -3 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \gamma(A|b) = 1$$

$$\gamma = \gamma(A|A) = 2 \quad \text{С.з. А: } 1, 3, 0$$

$$\Delta_1(A) = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -6 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 3 \\ -6 & -3 & 9 & -3 \\ 1 & 3 & -3 & -5 \end{vmatrix} \quad \text{По ТЗ } k_3 = 0, k_1 - \text{инварианты}$$

$\gamma + 1 = 8 \quad \exists$ грм. Q: преобразование координат с каноническ. Q

$$\text{м-уры} \begin{vmatrix} 14-\lambda & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & -\lambda & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & -\lambda & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 & c \end{vmatrix} \quad \text{Пусть} \quad \begin{vmatrix} 14 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 & c \end{vmatrix} = 0$$

$$14x'' + 2b_1x' + 2My' + c'' = 0$$

$$K_2 = \begin{vmatrix} 14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & M & 0 & c'' \end{vmatrix} = \Delta(1-1)_{\lambda=0} = 70 \quad M = \sqrt{\frac{K_2}{14}} = \sqrt{\frac{70}{14}} = \sqrt{5}$$

$$\Delta'(\lambda) = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & -3 \\ -6 & 3 & 9 & -3 \\ 1 & 3 & -3 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -6 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -6 & 3 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & -3 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -6 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & -3 \\ 0 & 6 & -10 & -1 \\ 1 & 3 & -3 & -5 \end{vmatrix} = 70$$

Выбор мин. гр-е $\vec{Y} = 2.5X$

п 8 Кармановская теорема
и вероятности

Пусть $z = f(x, y)$ — выпукл. в м. (x_0, y_0) ,
тогда $f(x, y) = f(x_0, y_0) + A(x - x_0) + B(y - y_0) + o(\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2})$
при $(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)$, где A, B — нормальные
векторы в IR^2 нормаль

$$z = z_0 + A|x-x_0| + B|y-y_0|, \text{ где } z_0 = f(x_0, y_0)$$

Из (1) следует, что м. $|x, y, f(x, y)|$ график φ -ции является от м. $|x, y, z(x, y)|$ м-м-м (2) на величину, велич. малую в сравнении с величиной $\sqrt{|x-x_0|^2 + |y-y_0|^2}$, параметризующей приращение аргументов.

ОПР В смысле единственности дифф-н φ -ции м-м-м (2), обладающая указанным св-вом единственности и имеет вид

$$z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)(x-x_0)$$

Отсюда найдем нормальный вектор к графику φ -ции $z = f(x, y)$ в точке $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$

Заметим, что вектор $(\frac{\partial f}{\partial x} f(x_0, y_0), \frac{\partial f}{\partial y} f(x_0, y_0), 1)$ или, нормальный вектор к м-м-м.

Требуя 1) нормальный вектор к любой кривой на графике $z = f(x, y)$, проходящей через м. $|x_0, y_0, z_0|$ перпенд. к кас. м-м-м к кр. $z = f(x, y)$

2) Если $V \neq 0$ - графт., лежащий в кас.,
 мн-мн к гр. $z=f(x,y)$ в м. (x_0, y_0, z_0) , то
 на графте есть кривая, где касател.
 Этот вектор V явл. касательным

Введем путь $\gamma: x=x(t), y=y(t), z=f(x(t), y(t))$

$x(0)=x_0, y(0)=y_0$. Тогда $z_0=f(x_0, y_0)=z_0$

Итак знаем, что $(x'(0), y'(0), z'(0))$ -
 касательный вектор к гр. (x_0, y_0, z_0) .

Так как $z'(0) = \frac{df}{dx}(x_0, y_0) x'(0) + \frac{df}{dy}(x_0, y_0) y'(0)$
 то вектор $(x'(0), y'(0), z'(0))$ лежит в кас. мн-мн

ОПД $S = \{M(x, y, z) | F(x, y, z) = C\}$ наз. поверх-
 ностью уровня ф-ции $F(x, y, z)$

Замечание. Так же как для $z=f(x,y)$ графт. ф-ции
 ф-ции от двух переменных мы можем
 определить в дан. м. кас. мн-мн S
 по касат. нормаль.

$\nabla F|_M$ направлен по нормали к
уравнению уровня в м.п.

Пример 1 $F(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1,$

$P = (x_0, y_0, z_0)$

$F(x, y, z) = 0$

$x_0 > 0, y_0 > 0, z_0 > 0$

$z = \sqrt{1 - \frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2}}$

$\nabla F = \begin{pmatrix} \frac{2x}{a^2} \\ \frac{2y}{b^2} \\ \frac{2z}{c^2} \end{pmatrix}$

$\langle \nabla F|_P, X - P \rangle = 0$ - кон.
м-но и симметрично
§ 14)

$\frac{2x_0}{a^2}(x - x_0) + \frac{2y_0}{b^2}(y - y_0) + \frac{2z_0}{c^2}(z - z_0) = 0 \Leftrightarrow$

$\frac{x x_0}{a^2} + \frac{y y_0}{b^2} + \frac{z z_0}{c^2} = 1$

Пример 2 $F(x, y, z) = x^2 - y^2 - 2z, F(x, y, z) = 0$

$\nabla F = \begin{pmatrix} 2x \\ -2y \\ -2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x_0 \\ -y_0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} = 0$

- кон, м-но к ПП в
м (x_0, y_0, z_0)

$x x_0 - y y_0 = z + z_0$

Пусть $x_0 = y_0 = z_0 = 0$

тогда м-но $z = 0$ One перпендикуляр ПП м-но

напр $x = y$ и $x = -y$

ГЛ 3. Краевые интегралы

§1 Интеграл Римана на n -мерном крае

Пусть $a = (a_1, \dots, a_n)$, $b = (b_1, \dots, b_n)$

ОПР $I_{a,b} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid a_i \leq x_i \leq b_i, i=1, \dots, n\}$ наз.
краевым или координатным параллелепипедом в $\mathbb{R}^n$.

ОПР Объем или ~~мера~~ ^{мера} n -ка I наз.
число $\mu(I) = |I| = \prod_{i=1}^n (b_i - a_i)$

Лемма Мера краевых в $\mathbb{R}^n$ обладает
св-вами: 1) $\mu(\lambda I_{a,b}) = \lambda^n \mu(I_{a,b})$

(однородность)

2) Если $I = \bigcup_{k=1}^N I_k$ — краевым и краевым I_k не имеют общих внутренних точек,

то $\mu(I) = \sum_{k=1}^N \mu(I_k)$ (аддитивность)

3) Если $\gamma = \bigcup I$ накрыт, γ — компакт, $\gamma \subset \bigcup_{k=1}^N I_k$, то

$$\mu(I) \leq \sum_{k=1}^N \mu(I_k)$$

УПР g -нб линии.

ОПР Линия g называется I - μ - R

$I = \mu \{x \in \mathbb{R}^n \mid a_i \leq x_i \leq b_i, i=1, \dots, n\}$ Разделение
по р-д. отрезков $[a_i, b_i], i=1, \dots, n$,

исполняет разд. указан. μ -на I

на более мелкие μ -на, получаемые
прямым произведением μ -на
разделения указанного по р-д. отрезков.

Множество предположенных μ -на I_k в виде
объединения $I = \bigcup_{k=1}^N I_k$ более мелких μ -на

I_k будем наз. разделением μ -на I и обозн.
символом P

ОПР Пусть $d(I) = \max_{x_1, x_2 \in I} |x_1 - x_2|$
Величина $x_1, x_2 \in I$

$\lambda(P) = \max_{1 \leq k \leq N} d(I_k)$ наз. максимальной
разделением P .

ОПР Если в канон. μ -на I_k разд. P
 P финитована тем, т. $\sum_k I_k$,

то наоборот, то и менее разбиение
с ограниченными нормами. Набор

$\mu \{ \xi_1, \dots, \xi_n \}$ будет обозн. ξ , а
разбиение с озн. m , - символом (P, ξ) .

ОПР Пусть $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ ф-я на $I, P \in \mathcal{P}_n(I)$ -

разб. с озн. $m, \xi = \mu \{ \xi_1, \dots, \xi_n \}$.

Сумма $\sigma(f, P, \xi) = \sum_{k=1}^n f(\xi_k) |I_k|$ наз.

интегральной суммой (Рундана) ф-ции
 f соответствующей разбиению (P, ξ)
с озн. m на I .

ОПР Величина $\int_I f(x) dx = \lim_{\lambda(P) \rightarrow 0} \sigma(f, P, \xi)$,

если указанное предельное

наз. интегралом (Рундана) от ф-ции f
на μ -не I ,