

## Контрольная по теории вероятностей

1. Точка равновероятно выбирается в единичном квадрате  $[0, 1] \times [0, 1]$ . Известно, что выполнено условие  $y < 3x$ . Найдите вероятность события  $x < \frac{1}{2}$  при этом условии.
2. В группе из 14 студентов типы, их численности и вероятности сдачи экзамена таковы:

| Тип      | Количество | $P(\text{сдаст} \mid \text{тип})$ |
|----------|------------|-----------------------------------|
| двоечник | 6          | 0.30                              |
| троечник | 3          | 0.55                              |
| хорошист | 3          | 0.76                              |
| отличник | 2          | 0.90                              |

Найдите вероятность того, что случайно выбранный студент сдаст экзамен. Дайте ответ в виде точной дроби и десятичного числа, округлённого до  $10^{-4}$ .

3. В популяции известно, что доля больных заболеванием острый зевотоз равна  $p = 2\%$ . Имеется диагностический тест со следующими свойствами:
  - если человек болен, тест даёт положительный результат с вероятностью  $1 - \beta = 93\%$ ;
  - если человек здоров, тест даёт ложноположительный результат с вероятностью  $\alpha = 5\%$ .

Пациент получил положительный результат теста. Найдите апостериорную вероятность болезни  $P(D \mid +)$ . Представьте и символическое выражение, и численное значение.

4. Из колоды в 52 карты случайным образом извлекают 7 карт без возвращения. Известно, что среди них есть хотя бы одна карта ранга дама. Какова вероятность того, что среди извлечённых карт есть хотя бы одна карта ранга тройка?
5. Из набора игровых кубиков (шестигранный кубик, четырёхгранный кубик, восьмигранный кубик, десятигранный кубик) равновероятно выбирают один кубик и бросают его. В результате броска выпало число 5. Какова вероятность того, что был выбран шестигранный кубик?
6. Игральный кубик имеет шесть граней. Каждая грань окрашена в один, два или три цвета из следующего набора: коричневый, синий, зелёный, чёрный. Все грани равновероятны при броске.

Ниже приведено описание раскраски граней:

1. Грань 1: чёрный, коричневый
2. Грань 2: синий, зелёный, чёрный
3. Грань 3: синий
4. Грань 4: синий
5. Грань 5: синий
6. Грань 6: коричневый, зелёный

После броска известно, что выпала грань, на которой есть цвет «зелёный». Какова вероятность того, что на этой же грани также присутствует цвет «коричневый»?

7. Даны независимые события  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ .  
Известно:  $P(A_1) = 0.7$ ;  $P(A_2) = 0.3$ ;  $P(A_3) = 0.7$ ;  $P(A_4) = 0.5$ ;  $P(A_5) = 0.2$ .  
Найдите вероятность события  $E = (A_3 \cap A_5) \cup (\overline{A_1} \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_5})$ .
8. Дана выборка  $X = \{6, 2, 2, 4, 6, 3\}$ , объём  $n = 6$ . Найдите размах этой выборки.
9. В популяции доля невакцинированных составляет 11%. Вероятность заболевания для вакцинированного равна 0.0040, а для невакцинированного — 0.18. Если человек заболел, какова вероятность того, что он был вакцинирован?
10. Дана выборка объёма 10:  $\{6, -5, 7, 13, 11, 7, 0, 15, -4, 7\}$ .  
Вычислите значение эмпирической функции распределения в точке  $x_0 = -4$  при левонепрерывном определении:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}\{X_i < x\}.$$